



N. Bolf*

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Sveučilišta u Zagrebu
Savska c. 16/5a, 10 000 Zagreb

Bezdimenzijske značajke u dinamici fluida

Bezdimenzijske značajke su fizikalni parametri koji se često koriste u inženjerskim proračunima. Primjenjuju se u mehanici fluida, termodinamici, prijenosu mase i topline te kemijskom reakcijskom inženjerstvu. Ako se jedinice primjenjuju dosljedno, bezdimenzijske značajke ne razlikuju se bez obzira primjenjuje li se u jednadžbama SI ili drugi sustav. U ovom prilogu predstavljamo bezdimenzijske značajke koje se često primjenjuju u kemijsko-inženjerskoj praksi.

Reynoldsova značajka (Re)

Reynoldsova značajka izražava omjer inercijskih sila koje uzrokuju gibanje i viskoznih sila pri protjecanju tekućine uz dane uvjete protjecanja. Kad se računa prijenos topline i pad tlaka u cjevovodu, važno je znati protječe li tekućina laminarno, turbulentno ili kombinacijom tih dviju režima protjecanja. Re značajka obično se uzima kao kriterij za određivanje je li strujanje laminarno ili turbulentno. Velik iznos Re značajke povezujemo s turbulentnim protjecanjem pri čemu dominiraju inercijske sile, a protjecanje je kaotično i karakterizirano vrtloženjem. Mali iznos Re ukazuje na dominantno laminarno protjecanje pri čemu je smjer protjecanja ravnocrtan, a dominiraju viskozne sile. Značajka je dobila ime prema britanskom fizičaru i izumitelju Osbornu Reynoldsu (1842. – 1912.) koji ju je popularizirao do kraja XIX. st. Zapravo ju je uveo fizičar George Gabriel Stokes (1819. – 1903.) sredinom XIX. stoljeća.

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu} \quad (1)$$

ρ – gustoća tekućine

v – brzina tekućine

L – karakteristična linearna dimenzija
(put koji prijeđe tekućina)

μ – dinamička viskoznost tekućine

ν – kinematička viskoznost

Prandtllova značajka (Pr)

Prandtllova značajka predstavlja odnos između kinematičke viskoznosti i toplinske difuzivnosti tekućine. Primjenjuje se kod proračuna prijenosa topline pri protjecanju tekućina jer predstavlja omjer hidrodinamičkog graničnog sloja i toplinskog graničnog sloja. Prandtllova značajka za stanovitu tekućinu temelji se isključivo na njezinim fizikalnim svojstvima. Za velik broj plinova (s izuzećem H_2) Pr poprima vrijednost između 0,6 i 0,8 na širokom području radnih uvjeta. Ime dolazi od njemačkog fizičara Ludwiga Prandtla (1875. – 1953.), pionira sustavne matematičke analize u aerodinamici. Jednadžba za izračun glasi:

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k} = \frac{\mu / \rho}{k / C_p \rho} \quad (2)$$

C_p – specifični toplinski kapacitet tekućine

μ – dinamička viskoznost

k – toplinska vodljivost

ρ – gustoća tekućine

Nusseltova značajka (Nu)

Nusseltova značajka karakterizira prijenos topline na granicama ili površini tekućine u protjecanju. To je omjer konvektivnog i konduktivnog prijenosa topline duž granice na danoj duljini. Ako je Nu blizu 1, konvekcija i kondukcija približno su iste veličine, što je karakteristično za laminarno protjecanje. Veći Nu povezuje se s većom konvekcijom i turbulentnim protjecanjem. Ime je dobila po njemačkom inženjeru Wilhelmu Nusseltu (1887. – 1957.), koji je razvio dimenzijsku analizu za prijenos topline. Jednadžba glasi:

$$Nu = \frac{hL}{k} = \frac{h}{k/L} \quad (3)$$

h – koeficijent konvektivnog prijenosa topline

L – karakteristična duljina

(za prijenos topline u cijevima L je jednak promjeru cijevi)

k – toplinska vodljivost

Sherwoodova značajka (Sh)

Sherwoodova značajka analogna je Nu značajki, ali karakterizira prijenos mase. Ona predstavlja omjer konvektivnog i difuzivnog prijenosa mase u tekućini. Ime je dobila po američkom inženjeru Thomasu Kilgoreu Sherwoodu (1903. – 1976.), koji je istraživao prijenos mase kod protjecanja i kemijskih reakcija. Računa se prema sljedećoj jednadžbi:

$$Sh = \frac{h_D L}{D} \quad (4)$$

h_D – koeficijent prijenosa mase

L – karakteristična duljina

D – molekularna difuzivnost

* Prof. dr. sc. Nenad Bolf
e-pošta: bolf@fkit.hr

Froudeova značajka (Fr)

Omjer između inercijske i gravitacijske sile, a primjenjuje se za određivanje otpora tijela koji se giba kroz tekućinu. Ime dolazi od engleskog inženjera Williama Froudea (1810. – 1879.). Fr se temelji na odnosu brzine i duljine koji je definiran sljedećom jednažbom:

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gL}} \quad (5)$$

v – brzina

L – karakteristična duljina

g – akceleracije sile teže

Grashova značajka (Gr)

Grashova značajka izražava omjer sile uzgona i viskoznih sila u tekućini. Služi za koreliranje prijenosa topline i mase pri toplinski induciranoj prirodnoj konvekciji na čvrstim površinama uronjenim u tekućinu. Ime nosi po njemačkom inženjeru i profesoru primijenjene mehanike Franzu Grashofu (1826. – 1893.), a jednažba glasi:

$$Gr = \frac{L^3 \beta g \Delta T}{\nu^2} \quad (6)$$

L – karakteristična duljina

β – koeficijent volumne toplinske ekspanzije

ΔT – razlika između temperature površine i temperature tekućine u masi

ν – kinematička viskoznost

g – akceleracija sile teže

Machova značajka (Ma)

Machova značajka je omjer brzine tekućine prema brzina zvuka u mediju. U kemijskom inženjerstvu Ma se uobičajeno primjenjuje pri proračunu koji obuhvaća protjecanje plina pri velikim brzinama. Značajka Ma je dobila ime po austrijskom fizičaru i filozofu Ernstu Machu (1838. – 1916.), koji se bavio fizikalnom i fiziološkom akustikom. Računa se shodno sljedećoj jednažbi:

$$Ma = \frac{u}{v} \quad (7)$$

u – lokalna brzina tekućine

v – brzina zvuka u mediju

Sustavi s približno istim Ma vladaju se slično bez obzira na ostale varijable.

Schmidtova značajka (Sc)

Schmidtova značajka omjer je kinematičke viskoznosti i difuzivnosti tekućine, a karakterizira odnos između relativne debljine hidrodinamičkog graničnog sloja i debljine graničnog sloja prijenosa mase. Analogna značajka kod prijenosa topline je Pr . Ime je dobila po njemačkom inženjeru Ernstu Heinrichu Schmidt (1892. – 1975.), a računa se prema sljedećoj jednažbi:

$$Sc = \frac{\nu}{D} = \frac{\mu}{\rho D} \quad (8)$$

μ – dinamička viskoznost

ν – kinematička viskoznost

ρ – gustoća tekućine

D – difuzivnost

DIMENSIONLESS
Numbers

Zašto se bezdimenzijske značajke primjenjuju u mehanici fluida i prijenosu topline?

- Omogućuje usporedbu sustava različitih veličina (npr. istraživanje prototipa ili pilota sustava može se pouzdano prenositi na veće sustave);
- Opisuje vladanje sustava (npr. primjena Re za predviđanje turbulencija u sustavu. Kritične vrijednosti Re za različite sustave tabelirane su i turbulencija se može predvidjeti);
- Postoje odnosi između bezdimenzijskih značajki koji govore kako specifične pojave utječu na sustav (npr. kako toplinski granični sloj ovisi o brzini protjecanja);
- Olakšavaju proračun (mnoge tehnike proračuna zahtijevaju svođenje na bezdimenzijske značajke, a usporedba sustava tada je lakša);
- Kad je proračun potrebno provesti numerički, bezdimenzijske grupe pomažu kod skaliranja. (Problem s velikim rasponom vrijednosti, osobito kada se mali brojevi dodaju na vrlo velike. Skaliranjem se varijable svode na isti red tako da se posljedice numeričkih pogrešaka minimiziraju.)

Literatura

- <http://www.chemengonline.com/magazine/facts-at-your-fingertips/page/4/>.
- https://en.wikipedia.org/wiki/Dimensionless_numbers_in_fluid_mechanics.
- <http://jingweizhu.weebly.com/course-note.html>.
- C. Tropea, A. L. Yarin, J. F. Foss, Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics. Springer-Verlag, 2007.